

UN ALGORITMO PARA LA ACTUALIZACIÓN DE MATRICES INPUT-OUTPUT RECTANGULARES

Xesús Pereira López^a, Xosé Luís Quiñoá López^b y Melchor Fernández Fernández^c

RESUMEN

En este artículo se expone una herramienta de ajuste de carácter global y adaptable a escenarios con poca información. Es un algoritmo de escala que se puede aplicar con escasa demora, hecho que implica un avance importante dado que se evitan, en cierto modo, los retrasos característicos en este ámbito. Además, solamente es preciso conocer, o prever, el comportamiento de determinadas magnitudes vectoriales.

Palabras clave: actualización matricial, input-output, escasa información, representación rectangular

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de los métodos de actualización de matrices presenta un gran interés dada la necesidad de encontrar procedimientos de estimación indirecta que ofrezcan una alternativa fiable a las tablas input-output *survey*. Existen muchos métodos de actualización matricial y probablemente el RAS sea el más utilizado, que fue propuesto por Stone y Brown (1962). Entre las distintas referencias bibliográficas, se pueden señalar: Eurostat (2008), Lahr y Mesnard (2004) y Temurshoev *et al.* (2010).

En este artículo se indica como, en un escenario de información limitada, es posible elaborar un procedimiento alternativo de carácter global inspirado en dinámicas de aproximación opuestas. Hay que estimar reiteradamente el vector de demanda intermedia y de modo colateral los vectores de inputs intermedios y demanda final. A partir de las diferencias resultantes en cada fase, se activará una distribución de dichas diferencias a través de las trayectorias de estimación, así hasta lograr la convergencia.

2. DATOS NECESARIOS PARA LA APLICACIÓN DEL ALGORITMO

Es preciso destacar los vectores y matrices que constituyen las tablas de origen y destino (TOD), con la correspondiente desagregación de flujos: domésticos e importados. Para el año de referencia (0) se conocen todos los elementos de las TOD:

U_0^d – matriz de consumos intermedios de procedencia doméstica ($m \times n$).

U_0^m – matriz de consumos intermedios de procedencia importada ($m \times n$).

Y_0^d – matriz de demanda final doméstica ($m \times f$).

Y_0^m – matriz de demanda final importada ($m \times f$).

V_0 – matriz de producción ($m \times n$).

u_0^d – vector de inputs intermedios domésticos ($n \times 1$).

u_0^m – vector de inputs intermedios importados ($n \times 1$).

w_0^d – vector de demanda intermedia de productos domésticos ($m \times 1$).

w_0^m – vector de demanda intermedia de productos importados ($m \times 1$).

v_0 – vector de los valores añadidos por ramas de actividad ($n \times 1$).

m_0 – vector de importaciones por productos ($m \times 1$).

q_0 – vector de producción por productos ($m \times 1$).

x_0 – vector de producción por ramas de actividad no homogéneas ($n \times 1$).

En relación al orden de las matrices, m indica el número de productos, n es el número de industrias y f es el número de componentes del vector de la demanda final del total de la economía. Según la filosofía del SEC-95, los productos superan a las ramas de actividad ($m > n$).

Al mismo tiempo, para el año (t) que se pretende efectuar la actualización de las TOD se necesitan cuando menos las previsiones de los siguientes datos:

v_t – vector de los valores añadidos por ramas de actividad.

$z_t = Y_t' i$ – vector de los totales de las componentes de la demanda final,

i es el vector de unos e Y_t es una matriz de orden $2m \times n$ que engloba a Y_t^d y a Y_t^m .

$i' m_t$ – total de importaciones por productos.

La valoración de los flujos tiene que ser compatible. Se admite que los flujos están expresados en precios básicos. La tasa de variación de importaciones puede ser desconocida ya que es posible deducirla a partir de las otras tasas. En general, conviene quedarse con la idea de que es posible realizar el ajuste matricial y vectorial con pocos datos (o previsiones), incluso sin tener información acerca de las importaciones y la producción.

Una vez que se han mencionado los datos necesarios para la aplicación de la herramienta, también es oportuno recordar las relaciones contables características en este entorno. En relación a un año concreto, por ejemplo al año inicial (0), es obvio que el total de productos tiene que ser igual a la suma de la demanda intermedia y la demanda final:

$$q_0 + m_0 = U_0^d i + U_0^m i + Y_0^d i + Y_0^m i = w_0^d + w_0^m + y_0^d + y_0^m,$$

y, además, se tiene que $q_0 = V_0 i$.

Desde la otra óptica contable, la producción por industrias se corresponde con la suma de inputs intermedios y primarios:

$$x_0 = U_0^d i + U_0^m i + v_0 = u_0^d + u_0^m + v_0.$$

También es recomendable centrarse en la construcción de coeficientes dentro del esquema origen-destino. Atendiendo a la definición de los coeficientes de especialización es conocido que: $C = V \hat{X}^{-1}$. Por otro lado, los coeficientes técnicos domésticos e importados (no homogéneos) se obtienen cómo se indica de seguido: $B^d = U^d \hat{X}^{-1}$ y $B^m = U^m \hat{X}^{-1}$.

3. ACTUALIZACIÓN GLOBAL DE MATRICES INPUT-OUTPUT RECTANGULARES

En determinados casos es oportuno mantener en todo momento la desagregación de flujos de las TOD. Dicha presentación de datos es crucial conservarla para estudios posteriores. Siempre se trata de alcanzar una mayor capacidad de acción de la metodología input-output. Es posible elaborar procedimientos de carácter global en aquellos escenarios en los cuales se desee mantener la desagregación inicial. A estos efectos, los ajustes realizados sobre las matrices U^d y U^m pueden hacerse de forma separada o conjunta, en esta ocasión se opta por la segunda alternativa. Por comodidad, se simplifican las notaciones introducidas al principio, sin que este hecho implique pérdida alguna de la propia descripción de las TOD desagregadas.

Es conveniente recordar que la matriz de consumos intermedios, U , engloba a dos matrices, U^d y U^m ; y que la matriz de demanda final, Y , engloba a Y^d e Y^m . Es decir, $U \in M_{2m \times n}(\mathcal{R}^+)$ e $Y \in M_{2m \times f}(\mathcal{R}^+)$. El vector de empleos (de la tabla de destino), e , está compuesto por q y m . Lo mismo sucede para el vector

de demanda intermedia, w , está formado por w^d y w^n . O sea, son vectores de $2m$ componentes. Los consumos intermedios resultan de la siguiente suma: $u = u^d + u^n$.

Una vez hechas estas matizaciones previas, se entra en la exposición del procedimiento¹. De entrada, se estima la matriz consumos intermedios asumiendo la estabilidad de las columnas de la tabla de destino. Se trata de rectificar la matriz inicial, U_0 , atendiendo al conocido (o previsto) vector de tasas de crecimiento de los valores añadidos, g^v . O sea, el vector de valores añadidos es el punto de partida. Entonces, se tiene que

$$U^{(1)} = U_0 \hat{g}^v.$$

Por lo que se consigue una primera estimación del vector de la demanda intermedia mediante la trayectoria S : $w^{S(1)} = U^{(1)}i$.

Sí los elementos de cada columna varían de forma proporcional, igualmente se logrará un vector de producción por ramas de actividad: $x^{(1)} = \hat{x}_0 \hat{g}^v i$. A partir de esta última estimación se sigue la misma trayectoria –que en lo sucesivo se simbolizará por R – a efectos de lograr otro vector de demanda intermedia, $w^{R(1)}$. A través de la hipótesis de la estabilidad de los coeficientes de especialización, se puede estimar una nueva traspuesta de la matriz de producción:

$$V'^{(1)} = (\hat{x}_0)^{-1} \hat{x}^{(1)} V_0'.$$

Sumando los elementos de la matriz de producción se obtiene la estimación de la producción por productos: $q^{(1)} = V'^{(1)}i$. Además, se necesita un vector de importaciones, m_t , que en vistas de los datos disponibles se consigue de acuerdo con un simple reparto proporcional:

$$m_t = g^m m_0,$$

en donde g^m es la tasa de variación del total de importaciones.

En principio m_t permanecerá fija en las siguientes fases, aunque no tendría que ser necesariamente de este modo. No ocurrirá lo mismo con la producción por productos. Entonces, se tiene que la primera aproximación de los empleos del nuevo año es: $e^{(1)} = \begin{pmatrix} q^{(1)} \\ m_t \end{pmatrix}$.

Después, con esta aproximación y centrándose otra vez en la tabla de destino (desagregada) es posible estimar la matriz de demanda final, $Y^{(1)}$. Se realiza un doble ajuste, por filas y columnas, para garantizar la suma por columnas: la tasa de las componentes de los totales de la demanda final, g^z . Podría introducirse una variante en esta fase si se posee más información acerca de la demanda final, dado que en general las tasas desagregadas por productos no presentan un comportamiento similar. Por lo tanto, se tiene que

$$y^{R(1)} = Y^{(1)}i = [(\hat{e}^{(1)}(\hat{e}_0)^{-1}Y_0)\hat{g}^z]i.$$

A continuación, se alcanza una nueva estimación de la demanda intermedia: $w^{R(1)} = e^{(1)} - y^{R(1)}$. En general, $w^{S(1)}$ y $w^{R(1)}$ no son coincidentes. Surgen sobrevaloraciones e infravaloraciones que se compensan entre sí. De tal forma que se alcanza la siguiente diferencia:

$$d_w^{(1)} = w^{R(1)} - w^{S(1)}, \text{ y se verifica que } \sum_{i=1}^m d_{wi}^{(1)} = 0 \text{ dado que } \sum_{i=1}^m w_i^{R(1)} = \sum_{i=1}^m w_i^{S(1)}.$$

¹ Una versión menos sofisticada se encuentra en Pereira, Quiñóy y Fernández (2011), aunque en relación a matrices cuadradas.

El razonamiento de fondo consiste en admitir que el desfase es motivado por las dos trayectorias estimativas, R y S, y hay que ir rectificando paralelamente las matrices de consumos intermedios y demanda final.

Se modifica por filas la matriz de consumos intermedios lograda en última estancia, $U^{(1)}$, en función del peso de sus consumos intermedios dentro del total por filas y según el criterio señalado, asignando en esta corrección una porción de las diferencias:

$$U^{(2)} = U^{(1)} + P_f \hat{d}_w^{(1)} \hat{w}^{R(1)} U^{(1)}$$

$P_f \in [0,1]$, es un escalar que indica el peso relativo considerado en el reparto por filas de las diferencias, se entiende a través de la matriz de consumos intermedios. El coeficiente escogido es constante, $c_i = P_f$, $i = 1, 2, \dots, m$. De ahí que

$$\sum_{i=1}^m P_f d_{wi}^{(1)} = P_f \sum_{i=1}^m d_{wi}^{(1)} = 0.$$

También es posible multiplicar cada componente del vector diferencia por un escalar distinto, c_i ; eso sí, tiene que cumplirse la siguiente restricción:

$$\sum_{i=1}^m c_i d_{wi}^{(1)} = 0,$$

ya que no se puede alterar el equilibrio del sistema. El escalar $c_i d_{wi}^{(1)}$ es el parámetro influyente en los elementos de la fila i en esta fase. Si se dispone de información adicional acerca del comportamiento del empleo por productos (o por sectores) en el transcurso del intervalo de tiempo se podría evitar la simplificación indicada.

Ahora, centrándose en el vector de inputs intermedios, las dos últimas estimaciones son $u^{S(1)} = U^{(1)}i$ y $u^{R(1)} = U^{(2)}i$, que en general tampoco coinciden. En base a la estructura de las tablas de destino y las hipótesis de trabajo, cabe suponer que se aproximan más que en la fase anterior. De igual forma, se puede definir una diferencia entre dichos vectores: $d_u^{(1)} = u^{S(1)} - u^{R(1)}$. Además, se verifica que $\sum_{j=1}^n d_{uj}^{(1)} = 0$ ya

$$\text{que } \sum_{j=1}^n u_j^{S(1)} = \sum_{j=1}^n u_j^{R(1)}.$$

Dentro de este proceso de ajuste global, tiene lugar otra rectificación hacia atrás para modificar una vez más la matriz de consumos intermedios. Así, de forma análoga a la corrección efectuada por filas, se tiene que

$$U^{(2c)} = U^{(2)} + P_c U^{(2)} \hat{u}^{R(1)} \hat{d}_u^{(1)}.$$

P_c es el peso relativo que afecta a la distribución de las diferencias por columnas.

Mediante esta trayectoria se logra un nuevo vector de inputs intermedios, $u^{R(1c)} = U^{(2c)}i$, que a partir del cual se consigue una nueva producción por industrias $x^{(2)} = v_t + u^{R(1c)}$.

Queda aún pendiente la rectificación de la demanda final de acuerdo con la trayectoria S. Dentro de la idea de “doble rectificación” se obtiene un vector estimado de la demanda final, $y^{S(1)}$, como diferencia entre los empleos estimados, $e^{(1)}$, y el vector intermedio entre $w^{R(1)}$ y $w^{S(1)}$. O sea que

$$y^{S(1)} = e^{(1)} - (w^{R(1)} + P_f d_w^{(1)}).$$

De ese modo, se tiene la matriz de demanda final (nuevamente corregida):

$$Y^{(1c)} = [\hat{y}^{S(1)} (\hat{y}^{R(1)})^{-1} Y^{(1)}] \hat{z}_t (\hat{z}^{(1c)})^{-1},$$

en donde $z^{(1c)} = [\hat{y}^{S(1)} (\hat{y}^{R(1)})^{-1} Y^{(1)}]' i$.

Ahora se inicia otra vez el recorrido a través de la tabla de origen rectificando la traspuesta de la matriz de producción: $V^{(2)} = (\hat{x}^{(1)})^{-1} \hat{x}^{(2)} V^{(1)}$. De tal forma que se obtiene un nuevo vector de producción por productos: $q^{(2)} = V^{(2)} i$. Según se ha visto en la anterior etapa, es relativamente fácil intuir que

$$y^{R(2)} = Y^{(2)} i = [(\hat{e}^{(2)} (\hat{e}^{(1)})^{-1} Y^{(1c)}) \hat{z}_t (\hat{z}^{(1cc)})^{-1}] i,$$

en donde $z^{(1cc)} = [\hat{e}^{(2)} (\hat{e}^{(1)})^{-1} Y^{(1c)}]' i$. Así que $w^{R(2)} = e^{(2)} - y^{R(2)}$.

La última estimación de la demanda intermedia era $w^{S(2)} = U^{(2c)} i$. Estos dos vectores se aproximan más a medida que aumenten las iteraciones. Es normal que los ajustes no se consideren válidos de momento. Una vez más aparece la correspondiente diferencia: $d_w^{(2)} = w^{R(2)} - w^{S(2)}$. Entonces, surge otra matriz de consumos intermedios:

$$U^{(3)} = U^{(2c)} + P_f \hat{d}_w^{(2)} \hat{w}^{R(2)} U^{(2c)}.$$

De forma análoga, se sabe que las dos últimas estimaciones son: $u^{S(2)} = U^{(2c)} i$ y $u^{R(2)} = U^{(3)} i$. A continuación, aparece otra diferencia entre vectores: $d_u^{(2)} = u^{S(2)} - u^{R(2)}$. A partir de aquí aparece otro “efecto rebote” hacia atrás para corregir por columnas la matriz de consumos intermedios:

$$U^{(3c)} = U^{(3)} + P_c U^{(3)} \hat{u}^{R(2)} \hat{d}_u^{(2)}.$$

De forma sistemática, se ve que $u^{R(2c)} = U^{(3c)} i$, para indicar de inmediato que $x^{(3)} = v_t + u^{R(2c)}$.

En base a los desarrollos anteriores, se pueden ver fácilmente las expresiones genéricas de las aproximaciones de la demanda intermedia e inputs intermedios según las dinámicas consideradas. Una vez que se ha obtenido $x^{(n)} = v_t + u^{R((n-1)c)}$, se hace el recorrido a través de la tabla de origen estimando

$$V^{(n)} = (\hat{x}^{(n-1)})^{-1} \hat{x}^{(n)} V^{(n-1)}.$$

De tal forma que se alcanza un nuevo vector de producción por productos: $q^{(n)} = V^{(n)} i$. A partir de ahí, se tiene que

$$y^{R(n)} = Y^{(n)} i = [(\hat{e}^{(n)} (\hat{e}^{(n-1)})^{-1} Y^{((n-1)c)}) \hat{z}_t (\hat{z}^{((n-1)cc)})^{-1}] i,$$

en donde $z^{((n-1)cc)} = [\hat{e}^{(n)} (\hat{e}^{(n-1)})^{-1} Y^{((n-1)c)}]' i$. Por lo tanto, se tiene que $w^{R(n)} = e^{(n)} - y^{R(n)}$.

La última estimación de la demanda intermedia era $w^{S(n)} = U^{(nc)}i$. Ahora la diferencia $d_w^{(n)} = w^{R(n)} - w^{S(n)}$ es usada para obtener una nueva corrección de la matriz de consumos intermedios:

$$U^{(n+1)} = U^{(nc)} + P_f \hat{d}_w^{(n)} \hat{w}^{R(n)} U^{(nc)}.$$

Las dos últimas aproximaciones de los inputs intermedios son: $u^{S(n)} = U^{(nc)}i$ y $u^{R(n)} = U^{(n+1)}i$. La diferencia entre las mismas es $d_u^{(n)} = u^{S(n)} - u^{R(n)}$.

Entonces, aparece otra rectificación hacia atrás para corregir las columnas de la matriz de consumos intermedios:

$$U^{((n+1)c)} = U^{(n+1)} + P_c U^{(n+1)} \hat{u}^{R(n)} \hat{d}_u^{(n)}.$$

Mediante esta trayectoria aparece otra estimación de los inputs intermedios, $u^{R(nc)} = U^{(n+1c)}i$, para encontrar seguidamente el vector $x^{(n+1)}$. En definitiva, el proceso concluye cuando las diferencias anteriormente definidas tienden a cero.

4. CONCLUSIONES

La propuesta metodológica presentada es viable en un escenario de información escasa, de este modo se logra una mayor capacidad de actuación de las técnicas de actualización matricial. A partir de ciertas previsiones, o de algunos datos concretos, es factible lograr aproximaciones que contribuyen a un conocimiento más exacto de la realidad económica representada mediante las TOD. Además, esta técnica realiza ajustes con poca tardanza, lo que la transforma en un mecanismo de contraste de utilidad práctica para los institutos oficiales de estadística. Incluso, es susceptible de ser empleada para detectar errores en los procesos de elaboración e interpretación de tablas input-output.

AGRADECIMIENTOS

Xesús Pereira agradece la ayuda financiera de la Xunta de Galicia, a través del proyecto PGIDIT 10TUR242004PR. También hace explícito el reconocimiento a los demás miembros del Grupo de Análisis y Modelización Económica (GAME) por los comentarios recibidos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Eurostat (2008) Updating and projection input-output tables. Office for Official Publications of the European Communities, Luxembourg.
- Lahr, M.L.; Mesnard, L. (2004) Biproportional techniques input-output analysis: table updating and structural analysis. *Economic Systems Research*, 16 (2): 115-134.
- Pereira, X.; Quiñoá, X. L.; Fernández, M. (2011) Máximo aprovechamiento de métodos de actualización matricial. *Análise Económica*, 41. Documento de traballo IDEGA. Santiago de Compostela.
- Stone, R.; Brown, A. (1962) A computable model of economic growth. Chapman and Hall. London.
- Temurshoev, U.; Yamano, N.; Webb, C. (2010) Projection of supply and use tables: methods and their empirical assessment. Working Paper in Input-Output Economics, 2. International Input-Output Association.

^a Departamento de Economía Cuantitativa e IDEGA, USC. xesus.pereira@usc.es. Tlf. +34 8818 11708.

^b Departamento de Economía Cuantitativa, USC. jose-luis.quinoa@usc.es. Tlf. +34 8818 11516.

^c Departamento de Fundamentos del Análisis Económico e IDEGA, USC. melchor.fernandez@usc.es. Tlf. +34 8818 11551.