

I
Concurso Incubadora
de
Sondaxes e Experimentos

PODEMOS PREDECIR A ESTATURA
Á QUE VAI CHEGAR UNHA PERSOA?

ALUMNAS

*Águeda Castro Quintas
Carmen Méndez Sánchez
Laura Pardeiro Mariño
Laura Pérez Torres
Carmen Picado Molares*

PROFESOR

Gonzalo Temperán Becerra

IES Monelos
A Coruña

SUMARIO

1.	Introducción.	3
2.	Xustificación do proxecto de investigación.	4
3.	Planteamento da hipótese.	9
4.	Poboación e mostra.	10
5.	Análise de resultados.	15
6.	Conclusións.	17
7.	Anexos	19
	• Bibliografía	
	• Datos recollidos	
	• Carta de presentación enviada aos centros educativos da mostra.	
	• Centros que integran a mostra.	
	• Exemplo de formulario cuberto	

*Cométense moitos menos erros
usando datos incorrectos,
que non empregando dato ningún*

Charles Babbage (1792-1871)

Para un profesor de matemáticas de secundaria, a posibilidade de ofrecer aos seus alumnos un proxecto de mostraxe con datos reais é todo un reto e, sobre todo, se se fai con conceptos asequibles e simples.

Neste caso a elaboración do proxecto conleva:

- Planteamento dun problema real, como é a comprobación de afirmacións de profesionais da medicina deportiva, pediatras ou compañías de seguros.
- Definición de poboación dun proceso estadístico, con busca de datos e determinación e elección da poboación e do seu tamaño.
- Proceso de elaboración dunha mostra de tamaño n a partir dos datos dunha poboación.
- Elaboración de formularios para pasar enquisas.
- Recollida de datos.
- Cálculo de parámetros estadísticos.

Neste caso os parámetros e conceptos estadísticos utilizados son sinxelos e asequibles para o alumnado de 2º ciclo de ESO coma: poboación, mostra, tamaño da mostra, media aritmética, desviación típica, percentís, variables bidimensionais, coeficiente de correlación.

Os únicos conceptos que se lle escapan aos alumnos deste nivel son: o erro máximo cometido que se comete ao estimar a media aritmética da poboación a partir da media aritmética da mostra e o nivel de confianza con que se realiza a estimación.

- Analisar os parámetros estadísticos.
- Facer conclusións.

XUSTIFICACIÓN DO PROXECTO

A predicción da altura á que pode chegar unha persoa é un tema que preocupa, na actualidade, a nais e pais, pediatras, profesionais da medicina deportiva, compañías de seguro, etc. Así o acreditan os numerosos artigos e informes que se poden atopar arredor deste.

Son numerosos os profesionais que tratan de conseguir unha fórmula ou algún criterio, que permita estimar a altura á que chega unha persoa, con máis ou menos acerto.

A continuación podemos ler e ver unha selección dos métodos mencionados:

A) BASEADOS NA ALTURA DOS PROXENITORES:

The screenshot shows a web interface titled "AREA INTERACTIVA" and "PREDICCIÓN DE ALTURA". It contains a form with the following fields:

- Sexo del niño: Femenino Masculino
- Edad del niño: 12.0 años
- Altura del niño: 1 m. 51 cm.
- Peso del niño: 44 Kg
- Altura de la madre: 1 m. 63 cm.
- Altura del padre: 1 m. 72 cm.

There is a "Calcular" button below the form. Below the form, the "Resultados" section shows: "Altura estimada para el niño en edad adulta" with a value of "1 m 76 cm".

¿Se puede conocer cual será la talla definitiva de un niño?

Hay varios métodos. Los más sencillos son imprecisos, mientras que los que consideran la edad ósea y la velocidad de crecimiento son bastante fiables.

El más sencillo es calcular la "talla proyectada". Se hace siguiendo sobre una gráfica de crecimiento, el percentil por el cual crece un niño, hasta la edad de 18 años.

El método más seguro se realiza a través de cálculos que toman en consideración la edad cronológica, la talla, edad ósea, velocidad de crecimiento en el último año y el grado de desarrollo en la pubertad. El margen de error es de dos a cuatro centímetros. Con este método se puede predecir la estatura definitiva con una probabilidad de acierto de entre 80 y 95%.

Solamente se dispone de 10973 casos en que se conocen ambos, la fecha de nacimiento y la estatura. Con un método no paramétrico, el coeficiente de correlación de Spearman, se comprueba que existe una asociación positiva entre la talla y la fecha de nacimiento (coeficiente de correlación $r_s = 0,319$ con un nivel de significación muy alto $p < 0,001$). Con el análisis paramétrico (con las cautelas debidas a la falta de normalidad de las variables) se obtiene un resultado similar con una correlación entre la talla y la fecha de $r = 0,326$ ($p < 0,001$) por lo que el análisis de la regresión explicaría un 10% de la variabilidad de la talla con una ecuación que sería:

$$\text{ESTATURA} = 166,429 + 0,138 * \text{AÑO NACIMIENTO.}$$

Con esta ecuación la talla promedio predicha para los nacidos en 1900 es de 166,429 cm (entre 165,965 y 166,893) y para los nacidos en 2000 sería 180,229 (entre 179,852 y 180,515) que será la talla promedio de los varones españoles, ya nacidos, que cumplirán los 18 años de edad en 2018.

HERENCIA DE LA TALLA.

La ecuación: **ESTATURA HIJO = 0,5*ESTATURA PADRE + 0,5*ESTATURA MADRE +6**

se emplea en la literatura pediátrica como una manera de predecir la estatura del hijo en función de la de sus padres. Implícita en ella se encuentran las siguientes asunciones:

- los varones son en promedio 12 cm más altos que las mujeres lo cual se indica con el termino +6 de manera que en la ecuación de la talla predicha para una hija se sustituye por -6 y así se obtiene una diferencia de talla en función del sexo de los hijos de 12 cm.

- la talla de un hijo varón depende de la del padre y de la madre igualmente, es decir la estatura se hereda de los padres con la misma contribución del padre y de la madre.

Si empleamos esta ecuación con los datos promedio de las parejas de las que tenemos datos obtenemos:

$$\text{ESTATURA HIJO} = 0,5 \cdot 174,6 + 0,5 \cdot 163,1 + 6 = 175$$

Si corregimos levemente la fórmula para tener en cuenta que el promedio de la diferencia de estatura de los padres en nuestro grupo es 10 cm en vez de 12 cm y utilizamos un 5 en lugar de un 6 en la fórmula, la talla predicha para el hijo será de 174 cm, es decir la misma que su padre. Sin embargo hemos visto que, en promedio los hijos son 4 cm más altos que sus padres, sin excluir que además, alguno de los factores que determina la estatura se hereda ligado al sexo ya que al fin y al cabo es un carácter sexual secundario. Por esto hemos procedido a estudiar la relación entre la talla de los padres y la de los hijos.

El coeficiente de correlación por rangos de Spearman nos indica que existe una relación bastante fuerte entre la talla de los padres y la de sus hijos ($r_s=0,466$ $p<0,001$) es decir los padres altos tienen hijos altos y los padres bajos hijos también bajos (aunque en ambos casos los hijos sean más altos que los padres). El estudio paramétrico de correlación y regresión nos proporciona un coeficiente de correlación de Pearson de 0,470 ($p<0,001$) y una relación entre la estatura del hijo y la de su progenitor que es:

$$\text{ESTATURA HIJO} = 91,5796 + 0,495 \cdot \text{ESTATURA PADRE}$$

Los adolescentes también preguntan ansiosos cuanto medirán pero no debemos engañarles. En cambio, podemos suavizarles el "mal trago" si los números no salen. ¿Los números? Sí, sí los números. Hay un par de fórmulas para saber la Talla Diana o esperada en función de la altura de los progenitores. No es muy precisa pero a los pediatras nos orientan mucho para saber si el crecimiento es adecuado con relación a sus padres. Apunten:

- Para saber la Talla Diana de las chicas = Talla del padre + Talla de la madre/dividido por 2. Al número resultante se le **resta** 6.5 y nos da la talla esperada.
- En los chicos es : Talla del padre + Talla de la madre/dividido por 2. Al número resultante se le **suma** 6.5 y nos da la talla esperada.

Cálculo de la talla:

Método de Weech:

$$\text{Estatura (cm.)} = [(2.5 \times \text{edad en años}) + 30] \times 2.54 \text{ (útil de 2 a 14 años)}$$

Predicción de la talla adulta

$$X \text{ Talla adulta (cm.)} = 1.27 \times \text{estatura (a los 3 años)} + 54.9$$

$$C \text{ Talla adulta (cm.)} = 1.29 \times \text{estatura (a los 3 años)} + 42.3$$

$$\text{Talla adulta (cm.)} = \text{Estatura (a los 2 años)} \times 2$$

$$\text{Talla adulta (cm.)} = \text{Estatura (a los 2 años)} \times 2 \text{ (al resultado se le restan 10 o 12 cm.)}$$

B) BASEADOS NO FACTOR MULTIPLICATIVO: 2

¿Qué es una baja estatura para la FDA? Para la mujer adulta que llegó a su máxima altura personal, 1,30 metros; para los hombres, 1,59 metros. La terapia para los niños que califiquen para el tratamiento consiste en inyecciones diarias durante los años de crecimiento. El aumento de estatura promedio es de unos 7,6 centímetros y el costo total es de unos 100 mil dólares en Estados Unidos. La mayoría de los seguros médicos lo cubren.

Hoy en día, los padres saben cómo predecir la estatura que tendrán sus hijos cuando lleguen a la adultez. Se mide al niño a los dos años y se multiplica esa cifra por dos.

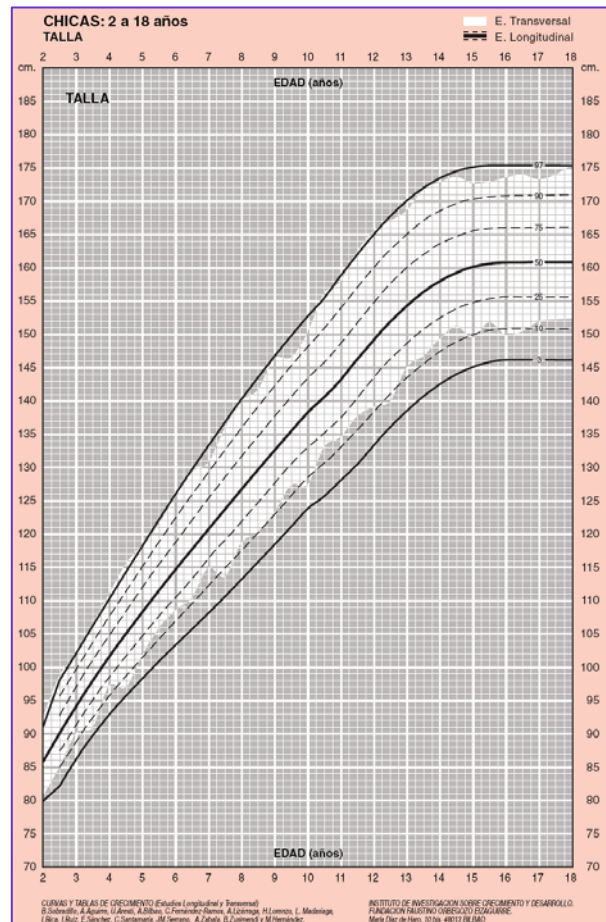
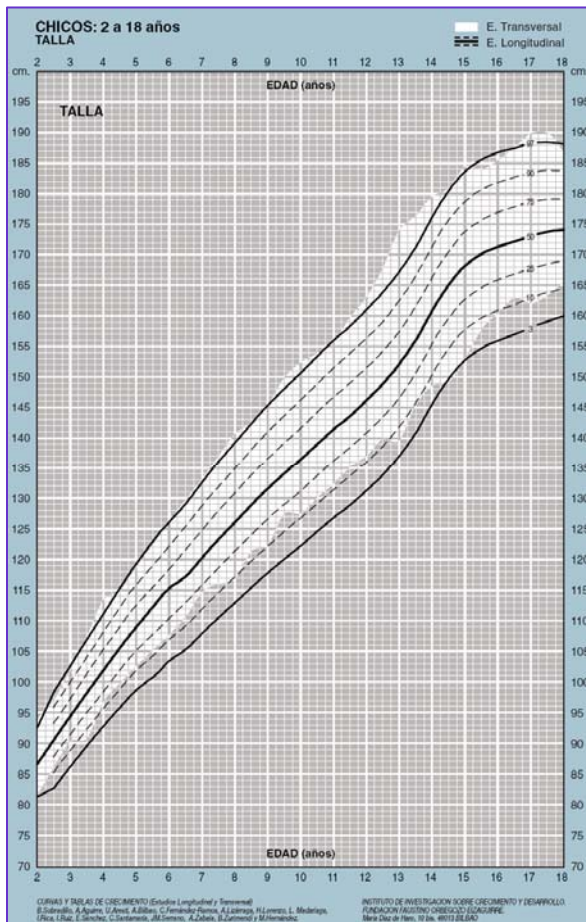
La talla al nacimiento (dato que la madre casi siempre recuerda, aunque no tanto como el peso) es normalmente entre 48 y 52 cm., por lo que si un niño mide al nacer 54 cm. ya estamos ante la presencia de un individuo potencialmente alto. El dato de la talla a los 2 años de edad (difícil de obtener) es muy importante, ya que generalmente es la mitad de la talla final adulta.

Resulta, pues, difícil predecir cuál será la altura final de un adolescente. **Es útil conocer la estatura que tenía de niño, al cumplir los dos años, pues multiplicándola por dos nos dará una estimación bastante aproximada.** También la estatura de ambos padres nos dará una pista sobre la estatura que alcanzará el adolescente. No obstante, el método más exacto para determinar la estatura final estará basado en cálculos que hará el médico especialista, que incluyen la edad cronológica (los años que tiene en realidad), la altura que en este momento tiene y la edad ósea (determinada por la aparición de los huesos de la muñeca, que lo hacen a diferentes edades del niño, y se ven con una radiografía). Aunque para la mayoría de adolescentes no es necesaria esta exploración, reservada únicamente para los casos en que el crecimiento se desvía de los patrones normales.

The screenshot shows a Yahoo! Argentina 'RESPUESTAS' (Answers) page. The navigation bar includes 'PÁGINA DE INICIO', 'EXPLORAR CATEGORÍAS', 'MIS ACTIVIDADES', and 'INTERESES'. The main header features a green bar with a question mark icon, the word 'Preguntar', a search input field with the placeholder '¿Qué querés preguntar?', a 'Continuar' button, a smiley face icon, and the word 'Res'. Below this is another search bar with the placeholder '¿Qué estás buscando?' and a 'Buscar Res' button. The breadcrumb trail reads: 'Página de Inicio > Todas las categorías > Embarazo y Maternidad > Crianza > Pregunta resuelta'. The main content area shows a 'Pregunta resuelta' (Question solved) section with a profile picture of Paola K and the text: 'Es cierto que si duplicamos la estatura de un niño a sus 2 años de edad nos dara su altura de adultos?' followed by 'hace 4 años' and a 'Ver otra »' link.

Concepto de estatura final. Es la que se obtendrá una vez finalizado el crecimiento somático. **En general se estima utilizando la talla del niño a los dos años, multiplicada por dos.** Si se agrega el punto medio de la estatura actual de padre y madre, se puede predecir la estatura final con 95% de precisión.

Este último, poderíase fundamentar na observación de táboas e curvas de crecemento, como as que figuran a continuación:



	Altura Niños		
	P3	P50	P97
2 anos (a)	81,24	86,68	92,12
18 anos (b)	160,03	174,1	188,46

Razón (b/a)	1,97	2,01	2,05
-------------	------	------	------

	Altura Nenas		
	P3	P50	P97
2 anos (a)	79,96	85,4	90,84
18 anos (b)	146,04	160,78	175,4

Razón (b/a)	1,83	1,88	1,93
-------------	------	------	------

Nestas curvas de crecemento e nas táboas anteriores, podemos observar:

Varóns

- A relación entre a estatura aos 18 anos (b) e a estatura aos 2 anos (a) para un percentil P3 (para unha certa idade o percentil P3 indica que un 3% dos varóns están por debaixo desa altura e un 97% dos varóns desa idade están por encima des altura) é 1,97.
- A relación entre a estatura aos 18 anos (b) e a estatura aos 2 anos (a) para un percentil P50 é 2,01.

- A relación entre a estatura aos 18 anos (b) e a estatura aos 2 anos (a) para un percentil P97 é 2,05.

Podemos dicir que a estatura aos 18 anos é igual a obtida aos 2 anos multiplicada por un número no contorno de dous.

Mulleres

- A relación entre a estatura aos 18 anos (b) e a estatura aos 2 anos (a) para un percentil P3 é 1,83.
- A relación entre a estatura aos 18 anos (b) e a estatura aos 2 anos (a) para un percentil P50 é 1,88.
- A relación entre a estatura aos 18 anos (b) e a estatura aos 2 anos (a) para un percentil P97 é 1,93.

Podemos dicir que nas mulleres estatura aos 18 anos é igual a obtida aos 2 anos multiplicada por un número cercano a 1,90.

Sen embargo, hai que considerar que estas táboas están realizadas dentro dun certo período de tempo determinado a diferentes persoas, nun tramo de idade 2-18 anos, pero non son datos que correspondan a mesma persoa, é dicir , a unha persoa non se lle toma a altura aos 2 anos, aos 12, aos 18,... senón que expresan a posición en percentís dentro dunha determinada idade.

PLANTEAMENTO DA HIPÓTESE DE TRABALLO

Para contestar á pregunta planteada:

Podemos predecir a estatura á que vai chegar unha persoa?

Planteamos a seguinte hipótese:

É certo que se duplicamos a estatura dun neno aos dous anos, obtemos a estatura na idade adulta?

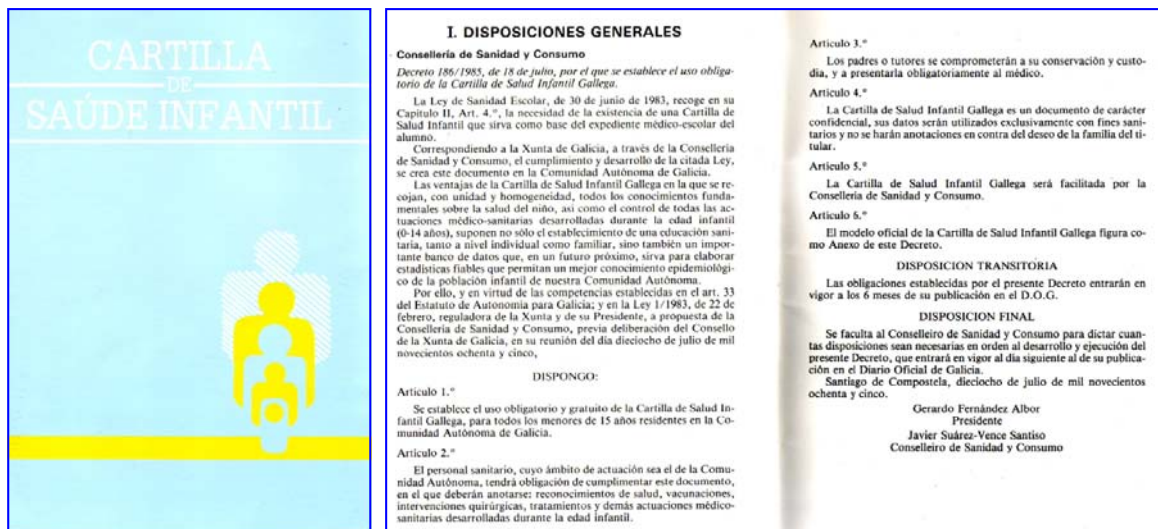
Para responder a esta pregunta, que será o noso proxecto de investigación, contemplamos:

- **Definir unha poboación estatística.**
- **Definir a variable a : altura dun individuo aos 2 anos.**
- **Definir a variable b : altura dun individuo na actualidade.**
- **Definir a variable razón= b/a (cociente entre a altura actual e a altura aos 2 anos).**
- **Elaborar unha mostra de 1000 individuos para varóns.**
- **Elaborar unha mostra de 1000 individuos para mulleres.**
- **Calcular os parámetros estatísticos das variables definidas.**
- **Interpretar a correlación das variables (a,b) , considerada coma unha distribución bidimensional.**
- **Interpretar os resultados.**
- **Extraer conclusións.**

POBOACIÓN A ESTUDAR

Para definir a poboación teremos que ter en conta a dificultade de buscar a altura aos 2 anos dun individuo e atendendo as curvas de crecemento da páxina 8, faremos as seguintes observacións:

- A muller acada a madurez no crecemento aos 16 anos, aproximadamente.
- O varón acada a madurez no crecemento aos 18 anos, aproximadamente.
- A cartilla de saúde infantil, como documento universal, que dispón da altura aos 2 anos data de xullo de 1985, polo que os maiores de 25 anos non dispoñerían dese dato.



- Dada a falla de medios económicos para levar a cabo unha enquisa nun ámbito da sociedade en xeral, teremos que limitarnos ao ámbito educativo.
- Elixiremos aos que cumpren, en 2010, os 18 anos.

Polo que definimos **Poboación**, neste experimento estatístico como:

Tódos alumnos de 2º de bacharelato de España

ELABORACIÓN DA MOSTRA

Segundo a publicación Datos e Cifras do Ministerio de Educación, o número de estudantes de bacharelato de España é 594173.

Variación del alumnado en Enseñanzas de Régimen General no universitarias respecto al curso anterior, por enseñanza

	Previsión	Variación con curso anterior	
	Curso 2009-2010	Absoluta	%
TOTAL	7632.961	176.155	2,4
E. Infantil	1.848.180	63.551	3,6
Primer ciclo E. Infantil ⁽¹⁾	426.639	41.995	10,9
Segundo ciclo E. Infantil	1.421.541	21.556	1,5
E. Primaria	2.721.357	61.933	2,3
E. Especial	31.149	382	1,2
E.S.O.	1.809.133	-1.165	-0,1
Bachillerato	637.582	8.841	1,4
Bachillerato (presencial)	594.173	7.632	1,3
Bachillerato a distancia	43.409	1.209	2,9
Formación Profesional	585.561	42.614	7,8
Ciclos Form. G. Medio (presencial)	261.372	11.657	4,7
Ciclos Form. G. Superior (presencial)	235.139	11.872	5,3
Ciclos Formativos de FP. a distancia	18.656	2.420	14,9
Programas de Cualificación Profesional Inicial ⁽²⁾	70.394	16.665	31,0

(1) Alumnado escolarizado en centros autorizados por las Administraciones Educativas.

(2) En el cálculo de la variación se ha considerado el alumnado residual de Programas de Garantía Social del curso 2008-2009.

Para elaborar unha **mostra estratificada**, teremos en conta os alumnos de bacharelato das diferentes Comunidades Autónomas:

Distribución porcentual del alumnado en EE. Régimen General no universitarias por comunidad autónoma. Curso 2008-2009

	Total	E. Infantil	E. Primaria	E. Especial	E.S.O.	Bachillerato	Formación Profesional
TOTAL	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Andalucía	20,2	19,8	20,2	18,7	21,3	19,8	19,0
Aragón	2,7	2,7	2,7	2,9	2,6	2,5	2,8
Asturias (Principado de)	1,7	1,4	1,7	1,7	1,8	2,0	2,2
Baleares (Illes)	2,2	2,0	2,4	1,9	2,2	2,0	1,6
Canarias	4,5	3,5	4,7	4,6	4,8	5,2	5,3
Cantabria	1,1	1,1	1,1	0,9	1,1	1,2	1,3
Castilla y León	4,7	3,8	4,6	3,7	4,9	6,0	5,6
Castilla-La Mancha	4,5	3,7	4,8	3,8	4,9	4,6	4,2
Cataluña	16,1	18,0	15,9	22,3	15,2	13,8	16,6
Comunitat Valenciana	10,6	11,0	10,6	10,5	10,6	9,3	10,5
Extremadura	2,4	1,8	2,5	2,2	2,8	2,7	2,4
Galicia	5,0	4,4	4,8	3,8	5,1	6,1	6,4
Madrid (Comunidad de)	13,9	16,0	13,6	14,2	13,0	14,6	10,7
Murcia (Región de)	3,6	3,5	3,8	3,2	3,6	3,2	3,1
Navarra (Comunidad Foral de)	1,4	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	1,3
País Vasco	4,4	5,1	4,1	3,4	3,8	4,7	5,6
Rioja (La)	0,6	0,6	0,7	0,5	0,6	0,6	0,8
Ceuta	0,2	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3
Melilla	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Para elaborar unha mostra de 1000 individuos construímos a seguinte táboa por Comunidades Autónomas:

	Alumnado bacharelato	Cota mostraxe	Mostra	Restos	Mostra final	Centros	Reservas	Total centros
Andalucía	117447	200,24	200		200	40	2	42
Aragón	14696	25,06	25		25	5	2	7
Asturias	11947	20,37	20		20	4	2	6
Balears (Illes)	11437	19,50	19	1	20	4	2	6
Canarias	25343	43,21	43		43	9	2	11
Cantabria	7073	12,06	12		12	3	2	5
Castilla y León	33769	57,57	58		58	12	2	14
Castilla-La Mancha	27783	47,37	47		47	10	2	12
Cataluña	85006	144,93	145		145	29	2	31
Comunitat Valenciana	55513	94,64	95		95	19	2	21
Extremadura	15989	27,26	27		27	6	2	8
Galicia	36025	61,42	61		61	13	2	15
Madrid	85128	145,14	145		145	29	2	31
Murcia	18254	31,12	31		31	7	2	9
Navarra	7318	12,48	12	1	13	3	2	5
País Vasco	28199	48,08	48		48	10	2	12
Rioja (La)	3345	5,70	6		6	2	2	4
Ceuta	1019	1,74	2		2	1	1	2
Melilla	1250	2,13	2		2	1	1	2
	594173		998	2	1000	207	36	243

Coef. multiplicador

$$1000/594173 = 0,0017$$

- Calculamos o número de alumnos de bacharelato, por Comunidade Autónoma, segundo o reparto en porcentaxes da táboa da páxina anterior.
- Calculamos un coeficiente multiplicador (constante de proporcionalidade da poboación á mostra) como resultado de dividir o tamaño da mostra entre o tamaño da poboación.
- **Cota mostraxe:** Multiplicamos, para cada Comunidade, o número de alumnos de bacharelato polo coeficiente multiplicador, obtendo unha cuota de mostraxe.
- **Mostra:** Parte enteira da cota de mostraxe. O total obtido é 998 individuos. Escollemos as dúas cotas de mostraxe con maiores restos para completar a 1000 individuos, obtendo a mostra final.

- **Centros.** Posto que pretendemos que cada centro da mostra elixa 5 alumnos e 5 alumnas, segundo o modelo de formulario que se observa a continuación; redondeamos o número de individuos de cada comunidade ao múltiplo de cinco inmediatamente superior e dividimos entre cinco, obtendo o número de centros necesarios por cada comunidade.

Centro:				
Municipio/Provincia				
Profesor			Curso/grupo	
Nenos				
	Nome (sen apelidos)	Ano Nac.	Altura (2 anos)	Altura actual
1				
2				
3				
4				
5				
Nenas				
	Nome (sen apelidos)	Ano Nac.	Altura (2 anos)	Altura actual
1				
2				
3				
4				
5				

- Agregamos 1/2 reservas e obtemos o total de centros da mostra.
- O **total de centros**, aos que se lle manda o formulario é **243**.
- O **número de individuos** implicados son, finalmente, $2 \times 5 \times 243 = 2430$.

1215 varóns e 1215 mulleres.

SORTEO DE CENTROS PARA A MOSTRA

Para elixir os centros da mostra, seguíronse os pasos:

- Buscar as páxinas web de todas as Consellerías de Educación das diferente comunidades autónomas españolas.
- Acudir aos directorios de centros que imparten bacharelatos, buscar os seus correos electrónicos e imprimilos por comunidade.
- Ordenar e numerar os centros impresos.
- Facer un sorteo de centros con números pseudoaleatorios, empregando unha función na folla de cálculo EXCEL,

=ENTERO(\$A\$2*ALEATORIO()+1)

Colocado na casíña A2 o número n de centros que hai en cada comunidade, esta función xenera, cada vez que se pulsa a tecla ENTER, un número aleatorio, enteiro e comprendido entre 1 e n.

- Enviar a cada centro elixido na mostra, un correo electrónico solicitando a súa colaboración no proxecto, acompañado dunha carta de presentación e formulario (ver anexos).

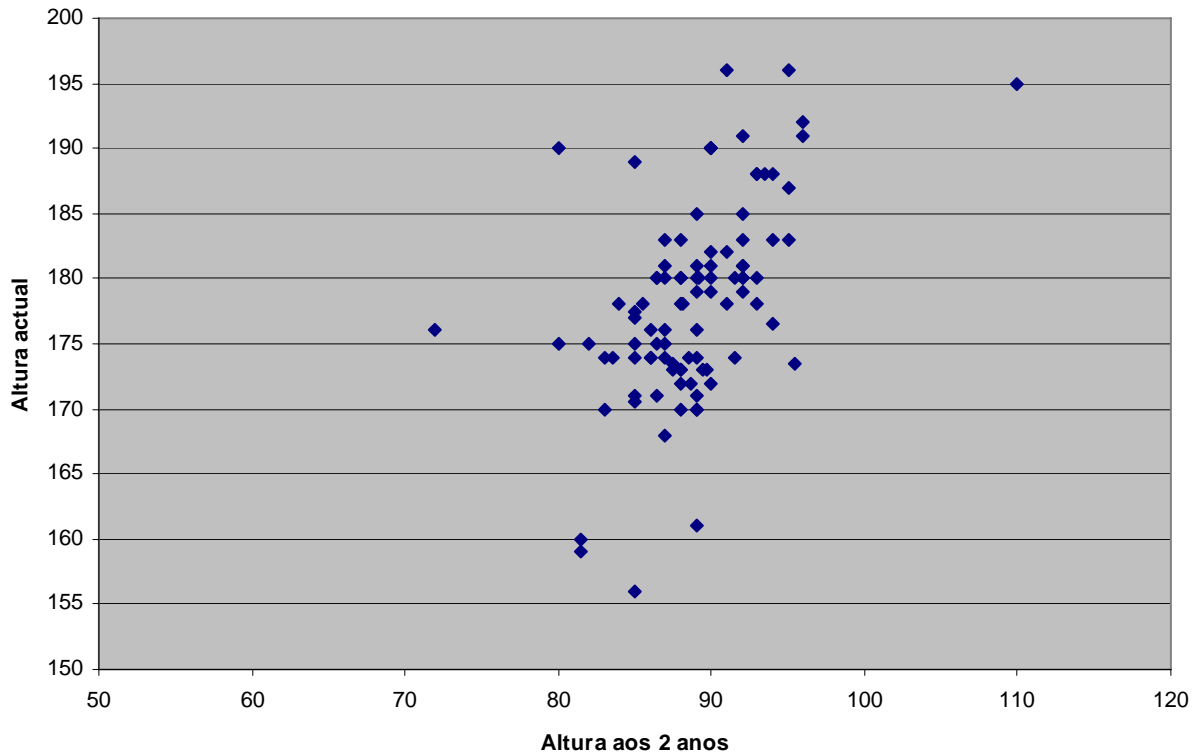
Desgraciadamente, as respostas non foron moitas, xa que:

- Os correos se mandaban as direccións dos centros, co rogo de reenviar ao profesorado de matemáticas. Supoñemos que unha porcentaxe deles non chegou ao seu destiño.
- Unha porcentaxe dos profesores de matemáticas aos que chegaron non o tiveron en conta.
- O alumnado elixido en cada centro non sempre colabora, ou ben, non pode obter o dato da altura aos 2 anos.

De todas as maneiras, conseguíronse que se respontaran a 95 enquisas en varóns e 89 en mulleres. É dicir, **dispoñemos de 184 datos para continuar co proxecto.**

NUBE DE PUNTOS DA DISTRIBUCIÓN BIDIMENSIONAL (ESTATURA AOS 2 ANOS-ESTATURA ACTUAL)

VARÓNS



A nube de puntos da distribución bidimensional indica unha grande dispersión nos datos, xa que o coeficiente de correlación é 0,516, o que indica que a relación entre a altura aos 2 anos e a altura actual é débil.

	Altura (2 anos)	Alt. Actual	Razón
	a	b	b/a
Media aritmética	88,77	178,31	2,01
Desviación típica	4,52	7,64	0,10
Coeficiente de correlación	0,516		

Na táboa de datos, constrúese unha 3ª columna, chamada razón = b/a (cociente entre a altura actual e a altura aos 2 anos), definida para cada individuo. A media aritmética destas razóns é 2,01 e a desviación típica: 0,10.

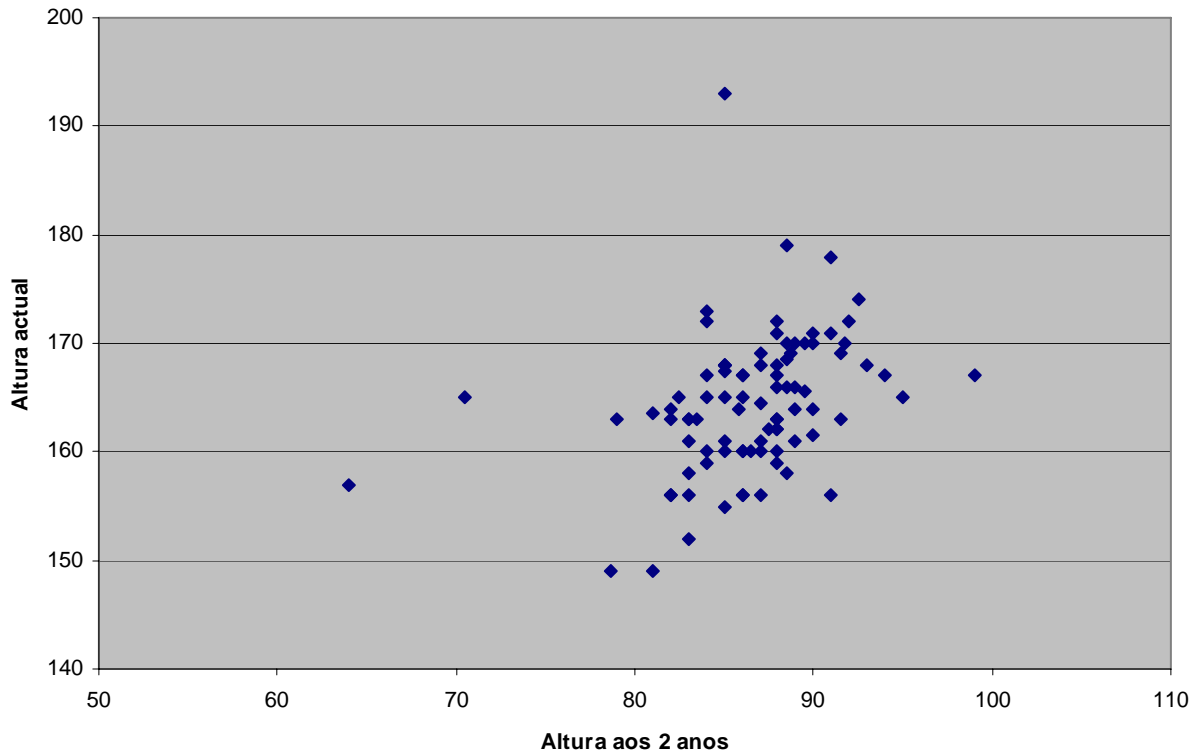
Utilizando o Teorema central do límite para inferir a media aritmética dunha poboación a partir da media aritmética dunha mostra, o erro máximo cometido, para unha mostra de tamaño $n = 95$, cun nivel de confianza do 95% é:

$$E = 0,02$$

É dicir, a media aritmética da poboación estará entre os valores: 1,99 e 2,03.

NUBE DE PUNTOS DA DISTRIBUCIÓN BIDIMENSIONAL (ESTATURA AOS 2 ANOS-ESTATURA ACTUAL)

MULLERES



A nube de puntos da distribución bidimensional indica unha grande dispersión nos datos, xa que o coeficiente de correlación é 0,352, o que indica que a relación entre a altura aos 2 anos e a altura actual é moi débil.

	Altura (2 anos)	Alt. Actual	Razón
	a	b	b/a
Media aritmética	86,41	164,39	1,91
Desviación típica	4,60	6,49	0,11
Coeficiente de correlación	0,352		

Na táboa de datos, constrúese unha 3ª columna, chamada razón = b/a (cociente entre a altura actual e a altura aos 2 anos), definida para cada individuo. A media aritmética destas razóns é 1,91 e a desviación típica: 0,11.

Utilizando o Teorema central do límite para inferir a media aritmética dunha poboación a partir da media aritmética dunha mostra o erro máximo cometido, para unha mostra de tamaño $n = 89$, cun nivel de confianza do 95% é:

$$E = 0,023$$

É dicir, a media aritmética da poboación estará entre os valores: 1,887 e 1,933.

CONCLUSIÓN

- Respondendo á pregunta que planteamos como hipótese:

É certo que se duplicamos a estatura dun neno aos dous anos, obtemos a estatura na idade adulta?

A resposta que temos que dar é “NON”, xa que o coeficiente de correlación entre as variables:

a: altura aos 2 anos
b: altura actual

é 0,516 (varóns) e 0,352 (mulleres), polo que mostra unha correlación moi débil e **non existe unha relación funcional entre esas variables para un mesmo individuo**.

- Sen embargo, se temos en conta a variable:

Razón: cociente entre a altura actual e a altura aos 2 anos

Si podemos afirmar que en:

Varóns: A media aritmética da razón é $2,01 \pm 0,02$ cun nivel de confianza do 95%.

Mulleres: A media aritmética da razón é $1,91 \pm 0,023$ cun nivel de confianza do 95%.

É dicir, a resposta é afirmativa, estatisticamente, para os varóns.

- Se consideramos esta mesma variable (incluíndo varóns e mulleres) entón:

A media aritmética da razón é $1,96 \pm 0,017$ cun nivel de confianza do 95%, ou

A media aritmética da razón é $1,96 \pm 0,023$ cun nivel de confianza do 99%

Eso si, nestes últimos casos estamos falando da media aritméticas das razóns.

Si consideráramos todos os datos en conxunto (varóns e mulleres), teríamos unha mostra de 184 individuos e os parámetros estadísticos serían:

	Altura (2 anos)	Altura actual	Razón
Media aritmética	87,63	171,81	1,96
Desviación típica	4,70	9,85	0,12

Utilizando o Teorema central do límite para inferir a media aritmética dunha poboación a partir da media aritmética dunha mostra o erro máximo cometido, para unha mostra de tamaño $n=184$,

Cun nivel de confianza do 95%, o erro máximo sería $E = 0,017$; é decir, a media aritmética da poboación estará entre os valores: 1,943 e 1,977.

Cun nivel de confianza do 99%, o erro máximo cometido sería $E = 0,023$; é decir a media aritmética da poboación estará entre os valores: 1,937 e 1,983.

BIBLIOGRAFÍA

- **Datos y cifras. Curso Escolar 2008/09.** Ministerio de Educación, Política Social y Deporte. 2008.
- **Datos y cifras. Curso Escolar 2009/10.** Ministerio de Educación. Secretaría General Técnica. Oficina de Estadística. 2009.
- **Curvas y tablas de crecimiento (Estudios Longitudinal y transversal).** B Sobradillo y otros. Fundación Faustino Orbeago Eizaguirre. Bilbao.
- **Predicción de la talla en deportistas.** S. García de la Rubia y F. Santonja Medina. Facultad de Medicina de Murcia.
- **Páxinas web e directorios de centros de bacharelato** das Consellerías de Educación das Comunidades Autónomas de Andalucía, Aragón, Principado de Asturias, Illas Baleares, Canarias, Cantabria, Castela e León, Castela-A Mancha, Cataluña, Comunidade Valenciana, Extremadura, Galicia, Madrid, Rexión de Murcia, Comunidade Foral de Navarra, País Vasco, Ceuta e Melilla.
- **Cartilla de Saúde Infantil.** Servicio Galego de Saúde. Consellería de Sanidade. Xunta de Galicia.
- **Matemáticas 3º ESO.** Gonzalo Temperán, Santiago López, Diego Álvarez. Editorial Penta. A Coruña. 1998.
- **Matemáticas 3º ESO.** Edicións Obradoiro Santillana. Santiago de Compostela. 2007.
- **Matemáticas aplicadas ás CC.SS. I.** J. Colera e outros. Grupo ANAYA. 2008.
- **Matemáticas aplicadas ás CC.SS. II.** J. Colera e outros. Grupo ANAYA. 2009.
- **Métodos estadísticos e numéricos.** Ricardo Cao e outros. Baía Edicións. A Coruña. 2001.
- **Portal Educativo do Instituto Galego de Estatística.** www.ige.eu/estatico/educacion/index.htm

DATOS RECOLLIDOS PARA VARÓNS

Altura (2 anos)	Altura actual	Razón
a	b	b/a

1	92	181	1,97
2	88	172	1,95
3	96	191	1,99
4	89	176	1,98
5	84	178	2,12
6	88,7	172	1,94
7	92	180	1,96
8	89	170	1,91
9	82	175	2,13
10	89	185	2,08
11	90	190	2,11
12	90	190	2,11
13	95	183	1,93
14	90	181	2,01
15	86,5	180	2,08
16	92	180	1,96
17	81,5	160	1,96
18	81,5	159	1,95
19	89,2	180	2,02
20	85	156	1,84
21	90	180	2,00
22	72	176	2,44
23	85,5	178	2,08
24	85	175	2,06
25	89	171	1,92
26	83,5	174	2,08
27	87	183	2,10
28	89	181	2,03
29	89,5	173	1,93
30	89	170	1,91
31	88	183	2,08
32	88,1	178	2,02
33	89,7	173	1,93
34	95	196	2,06
35	88	170	1,93
36	89	180	2,02
37	92	183	1,99
38	80	190	2,38
39	93,5	188	2,01
40	95,5	173,5	1,82
41	110	195	1,77
42	89	161	1,81
43	93	180	1,94
44	92	185	2,01
45	86,5	180	2,08
46	87	168	1,93
47	83	170	2,05
48	83	174	2,10

Altura (2 anos)	Altura actual	Razón
a	b	b/a

49	87	175	2,01
50	85	177	2,08
51	91	182	2,00
52	93	188	2,02
53	91	178	1,96
54	92	181	1,97
55	91,5	180	1,97
56	86,4	171	1,98
57	90	182	2,02
58	88	173	1,97
59	86	174	2,02
60	92	191	2,08
61	89	174	1,96
62	85	189	2,22
63	90	179	1,99
64	96	192	2,00
65	86,5	175	2,02
66	94	176,5	1,88
67	88,5	174	1,97
68	87	174	2,00
69	87	176	2,02
70	85	177,5	2,09
71	91,5	174	1,90
72	89	179	2,01
73	87	181	2,08
74	94	183	1,95
75	85	174	2,05
76	94	188	2,00
77	86	176	2,05
78	88	180	2,05
79	86	174	2,02
80	93	188	2,02
81	87	180	2,07
82	87,5	173	1,98
83	85	170,5	2,01
84	93	178	1,91
85	95	187	1,97
86	88	178	2,02
87	87,5	173,5	1,98
88	85	171	2,01
89	90	190	2,11
90	88	173	1,97
91	90	172	1,91
92	88	180	2,05
93	80	175	2,19
94	92	179	1,95
95	91	196	2,15

DATOS RECOLLIDOS PARA MULLERES

	Altura (2 anos)	Altura actual	Razón
	a	b	b/a
1	93	168	1,81
2	89	161	1,81
3	92,5	174	1,88
4	88	166	1,89
5	94	167	1,78
6	83,5	163	1,95
7	70,5	165	2,34
8	88	159	1,81
9	87	156	1,79
10	87	168	1,93
11	86	160	1,86
12	90	170	1,89
13	88	163	1,85
14	91,5	169	1,85
15	88	168	1,91
16	91,7	170	1,85
17	88,5	168,5	1,90
18	88,5	170	1,92
19	82,5	165	2,00
20	87,5	162	1,85
21	85	193	2,27
22	88	171	1,94
23	99	167	1,69
24	91	171	1,88
25	87	169	1,94
26	83	163	1,96
27	82	164	2,00
28	88,5	158	1,79
29	90	171	1,90
30	87	164,5	1,89
31	91,5	163	1,78
32	88	167	1,90
33	88,5	179	2,02
34	85,8	164	1,91
35	79	163	2,06
36	83	161	1,94
37	64	157	2,45
38	85	168	1,98
39	84	159	1,89
40	88	160	1,82
41	89	164	1,84
42	89	170	1,91
43	87	161	1,85
44	85	161	1,89

	Altura (2 anos)	Altura Actual	Razón
	a	b	b/a
45	90	164	1,82
46	85	165	1,94
47	91	178	1,96
48	83	156	1,88
49	85	160	1,88
50	88	172	1,95
51	82	156	1,90
52	85	155	1,82
53	84	172	2,05
54	81	149	1,84
55	86	156	1,81
56	87	160	1,84
57	89,5	170	1,90
58	88,7	169	1,91
59	82	156	1,90
60	82	163	1,99
61	86	167	1,94
62	86	156	1,81
63	85	167,5	1,97
64	86	165	1,92
65	85	168	1,98
66	89	166	1,87
67	90	161,5	1,79
68	83	158	1,90
69	95	165	1,74
70	78,7	149	1,89
71	86,5	160	1,85
72	89,5	165,5	1,85
73	85	168	1,98
74	84	167	1,99
75	88	162	1,84
76	84	160	1,90
77	86	167	1,94
78	83	163	1,96
79	84	165	1,96
80	84	173	2,06
81	81	163,5	2,02
82	88	163	1,85
83	92	172	1,87
84	88,5	166	1,88
85	91	156	1,71
86	88	162	1,84
87	86	160	1,86
88	83	152	1,83
89	84	161	1,92

CARTA DE PRESENTACIÓN

Estimados colegas de Matemáticas:

Me dirijo a vosotros para solicitar vuestra colaboración en una experiencia que estoy llevando a cabo con mis alumnos y que tiene por objetivo la realización de una actividad real de muestreo estadístico.

El título de la experiencia es:

¿Podemos predecir la estatura que alcanza una persona?

La población de dicho experimento estadístico comprende todos los **alumnos de 2º de bachillerato** y después de haber realizado un muestreo de 1000 alumnos y alumnas, se trataría de escoger a **cinco chicos y chicas** de un grupo (o más de uno) de 2º de bachillerato de vuestro centro y:

- **Tomar la altura que tenía a los dos años** (según la Cartilla de Salud Infantil)
- **Medir la altura actual.**

Ambos datos se trasladan al formulario que adjunto en el correo electrónico.

Os agradezco vuestra colaboración y simplemente deciros que al finalizar la experiencia os remitiré:

- Todos los datos recogidos.
- Una memoria con la conclusiones extraídas de la experiencia.

para que podáis utilizarlos en vuestras clases.

Un saludo

Gonzalo Temperán Becerra
Departamento de Matemáticas
IES Monelos (A Coruña)
gtemperan@edu.xunta.es
www.tetractismonelos.blogspot.com
<http://centros.edu.xunta.es/iesmonelos>

LISTADO DE CENTROS DA MOSTRA**Andalucía**

04000134.verroes@juntadeandalucia.es, 04001141.verroes@juntadeandalucia.es,
04004437.verroes@juntadeandalucia.es, 04700259.verroes@juntadeandalucia.es,
11001828.verroes@juntadeandalucia.es, 11003230.verroes@juntadeandalucia.es,
11004866.verroes@juntadeandalucia.es, 11006668.verroes@juntadeandalucia.es,
11700147.verroes@juntadeandalucia.es, 11700184.verroes@juntadeandalucia.es,
14004841.verroes@juntadeandalucia.es, 14006217.verroes@juntadeandalucia.es,
14006576.verroes@juntadeandalucia.es, 14007180.verroes@juntadeandalucia.es,
14700146.verroes@juntadeandalucia.es, 14700468.verroes@juntadeandalucia.es,
18001834.verroes@juntadeandalucia.es, 18004458.verroes@juntadeandalucia.es,
18004793.verroes@juntadeandalucia.es, 18009432.verroes@juntadeandalucia.es,
18700301.verroes@juntadeandalucia.es, 21002951.verroes@juntadeandalucia.es,
21700654.verroes@juntadeandalucia.es, 23000261.verroes@juntadeandalucia.es,
23005074.verroes@juntadeandalucia.es, 29002332.verroes@juntadeandalucia.es,
29009910.verroes@juntadeandalucia.es, 29011229.verroes@juntadeandalucia.es,
41001461.verroes@juntadeandalucia.es, 41001471.verroes@juntadeandalucia.es,
41003741.verroes@juntadeandalucia.es, 41008507.verroes@juntadeandalucia.es,
41008532.verroes@juntadeandalucia.es, 41009071.verroes@juntadeandalucia.es,
41009822.verroes@juntadeandalucia.es, 41009858.verroes@juntadeandalucia.es,
41011026.verroes@juntadeandalucia.es, 41700154.verroes@juntadeandalucia.es,
41700348.verroes@juntadeandalucia.es, 41701161.verroes@juntadeandalucia.es,
41701250.verroes@juntadeandalucia.es, 41701298.verroes@juntadeandalucia.es,

Aragón

iesandzaragoza@educa.aragon.es, iesasbcasetas@educa.aragon.es, ieslbuzaragoza@educa.aragon.es,
iesmalzaragoza@educa.aragon.es, iespijaca@educa.aragon.es, iesshezaragoza@educa.aragon.es,
iescalamocha@educa.aragon.es,

Asturias

benedict@educastur.princast.es, candas@educastur.princast.es, carrenom@educastur.princast.es, jimena@educastur.princast.es,
emilioal@educastur.princast.es, iesmonte@educastur.princast.es,

Balears (Illes)

iesalcudia@educacio.caib.es, iesantonimaura@educacio.caib.es, iesbendinat@educacio.caib.es, iesramonlull@educacio.caib.es,
iesisidormacabich@educacio.caib.es, iesllucmajor@educacio.caib.es,

Canarias

35010373@gobiernodecanarias.org, 38010797@gobiernodecanarias.org,
35008299@gobiernodecanarias.org, 35010452@gobiernodecanarias.org,
35008561@gobiernodecanarias.org, 38006149@gobiernodecanarias.org,
35004130@gobiernodecanarias.org, 38010815@gobiernodecanarias.org,
35007854@gobiernodecanarias.org, 35007064@gobiernodecanarias.org,
35006187@gobiernodecanarias.org,

Cantabria

ies.foramontanos@educantabria.es, ies.jose.hierro@educantabria.es,
ies.montesclaros@educantabria.es, ies.las.llamas@educantabria.es,
ies.fuente.fresnedo@educantabria.es,

Castilla-La Mancha

02004008.ies@edu.jccm.es, 02005207.ieso@edu.jccm.es, 02005013.ieso@edu.jccm.es,
13003920.ies@edu.jccm.es, 13001327.ies@edu.jccm.es, 13004808.ies@edu.jccm.es,
16009271.ses@edu.jccm.es, 19003875.seces@edu.jccm.es, 45005495.ies@edu.jccm.es,
45005240.ies@edu.jccm.es, 45005321.ies@edu.jccm.es, 13000372.ies@edu.jccm.es

Castilla-León

05005462@educa.jcyl.es, 09008548@educa.jcyl.es, 47006171@educa.jcyl.es,
47007197@educa.jcyl.es, 05000427@educa.jcyl.es, 09004142@educa.jcyl.es,
42003268@educa.jcyl.es, 37009921@educa.jcyl.es, 40000550@educa.jcyl.es,
47005981@educa.jcyl.es, 24006049@educa.jcyl.es, 49007164@educa.jcyl.es,
34003749@educa.jcyl.es, 09008639@educa.jcyl.es,

Cataluña

ies-ribera-del-sio@xtec.net, a8045604@xtec.cat, iesguillembergueda@xtec.cat, iesfortpius@xtec.cat,
iesjoanbosca@xtec.cat, iescassa@xtec.cat, a8057230@xtec.cat, e3006691@xtec.cat, ieslau-ro@xtec.cat,
ieslajonquera@xtec.net, a8052955@xtec.cat, ieslaribera@xtec.cat, a8063813@xtec.cat,
a8053170@xtec.cat, e3010852@xtec.cat, iesilladerodes@xtec.cat, e3010347@xtec.cat,
e3007221@xtec.cat, a8059329@xtec.net, e3008511@xtec.net, c5006291@xtec.cat,
e3006125@xtec.cat, iesegara@xtec.cat, a8031034@xtec.cat, e3005972@xtec.cat, [ies-
arraona@xtec.net](mailto:ies-
arraona@xtec.net), iesmontsuar@xtec.cat, b7005042@xtec.cat, iesdeulofeu@xtec.cat, [informa-
cio@ieselpedro.cat](mailto:informa-
cio@ieselpedro.cat),

Extremadura

ies.gregoriomaranon@edu.juntaextremadura.net, ies.javiergarciatellez@edu.juntaextremadura.net,
ies.sanroque@edu.juntaextremadura.net, ies.cuatrocaminos@edu.juntaextremadura.net,
ies.antoniodenebrija@edu.juntaextremadura.net, ies.ciezadeleon@edu.juntaextremadura.net,
ies.elpomar@edu.juntaextremadura.net, ies.elpomar@edu.juntaextremadura.net,

Galicia

ies.acachada@edu.xunta.es, ies.agra.orzan@edu.xunta.es, ies.agra.raices@edu.xunta.es,
ies.arzua@edu.xunta.es, ies.asmarinas@edu.xunta.es, ies.camilo.jose.cela@edu.xunta.es,
ies.castrodauz@edu.xunta.es, ies.coroso@edu.xunta.es, ies.melide@edu.xunta.es,
ies.miraflores@edu.xunta.es, ies.asmercedes@edu.xunta.es, ies.basanta.silva@edu.xunta.es,
ies.nosasenora.ollosgrandes@edu.xunta.es, ies.cidade.antioquia@edu.xunta.es,
ies.san.mamede@edu.xunta.es, ies.xerman.ancochea@edu.xunta.es

Madrid

ies.alsatt.algete@educa.madrid.org, ies.altair.getafe@educa.madrid.org,
ies.federicamontsen.fuenlabrada@educa.madrid.org, ies.fernangomez.humanes@educa.madrid.org,
ies.grinon.grinon@educa.madrid.org, ies.humanes.humanes@educa.madrid.org,
ies.ignacioaldecoa.getafe@educa.madrid.org, ies.joaquinaraujo.fuenlabrada@educa.madrid.org,
ies.albeniz.leganes@educa.madrid.org, ies.neruda.leganes@educa.madrid.org,
ies.salvadordali.leganes@educa.madrid.org, ies.sigloveintiuno.leganes@educa.madrid.org,
ies.losrosales.mostoles@educa.madrid.org, ies.angelysern.navalcarnero@educa.madrid.org,
ies.angelysern.navalcarnero@educa.madrid.org, ies.picasso.pinto@educa.madrid.org,
ies.claracampoamor.mostoles@educa.madrid.org, ies.villadevaldemoro.valdemoro@educa.madrid.org,
ies.isidradeguzman.alcala@educa.madrid.org, ies.ignacioellacuria.alcala@educa.madrid.org,
ies.maranon.alcala@educa.madrid.org, ies.duquederivas.rivas@educa.madrid.org,
ies.reyfernando.sanfernando@educa.madrid.org, ies.lazarocardenas.colladovillalba@educa.madrid.org,
ies.elescorial.elescorial@educa.madrid.org, ies.elburgodelasroz.lasrozas@educa.madrid.org,
ies.arturosoria.madrid@educa.madrid.org, ies.cardenalcisnero.madrid@educa.madrid.org,
ies.lasmusas.madrid@educa.madrid.org, ies.sanfernando.madrid@educa.madrid.org,
ies.altojarama.torrelaguna@educa.madrid.org, ies.ioanmiro.sansebastian@educa.madrid.org,

Murcia

30011880@murciaeduca.es, 30006151@murciaeduca.es, 30008996@murciaeduca.es,
30011685@murciaeduca.es, 30006185@murciaeduca.es, 30011879@murciaeduca.es,
30009320@murciaeduca.es, 0012756@murciaeduca.es, 30012847@murciaeduca.es,

Navarra

iesagrof@pnte.cfnavarra.es, iesbiurd@pnte.cfnavarra.es, iesbasok@pnte.cfnavarra.es, iesoberr@pnte.cfnavarra.es,
iesocint@pnte.cfnavarra.es,

Pais Vasco

010012aa@hezkuntza.net, 012224aa@hezkuntza.net, 013006aa@hezkuntza.net,
015072aa@hezkuntza.net, 014320aa@hezkuntza.net, 014927aa@hezkuntza.net,
014339aa@hezkuntza.net, 012117aa@hezkuntza.net, 010349aa@hezkuntza.net,
013065aa@hezkuntza.net, 012980aa@hezkuntza.net, 015624aa@hezkuntza.net,

Rioja, La

ies.csantiago@larioja.org, ies.cosme@larioja.org, ies.tmingot@larioja.org, ies.virgenvico@larioja.org,

Valencia

03003760@edu.gva.es, 03003978@edu.gva.es, 03004223@edu.gva.es, 03007613@edu.gva.es,
03013327@edu.gva.es, 03014460@edu.gva.es, 03014484@edu.gva.es, 03014563@edu.gva.es,
12000480@edu.gva.es, 12003080@edu.gva.es, 12004205@edu.gva.es, 12005647@edu.gva.es,
46002775@edu.gva.es, 46008753@edu.gva.es, 46018916@edu.gva.es, 46019003@edu.gva.es,
46021290@edu.gva.es, 46022257@edu.gva.es, 46022671@edu.gva.es, 46023523@edu.gva.es,
46025507@edu.gva.es,

Ceuta

ies.claracampoamor@centros.ceuta-mec.org, ies.almina@centros.ceuta-mec.org,

Melilla

ies.rusadir@mecmelilla.es, ies.jafernandez@mecmelilla.es,

Experiencia: A que altura chegamos?**IES Monelos****Alunmado de 2º Bacharelato**

Centro:	IES Pino Manso		
Municipio/ Provincia	O Porriño/Pontevedra		
Profesor	varios	Curso/grupo	2º BAC B/C/D

Nenos

	Nome (sen apelidos)	Ano Nac.	Altura (2 anos)	Altura actual
1	Fran	1992	85,5 cm	1,78 m
2	Cristian	1992	85	1,75
3	Antón	1992	89	1,71
4	Samuel	1992	83,5	1,74
5	Xoel	1992	87	1,83

Nenas

	Nome (sen apelidos)	Ano Nac.	Altura (2 anos)	Altura actual
1	Elena	1992	99	1,67
2	Carla	1992	91	1,71
3	Claudia	1992	87	1,69
4	Nerea	1992	83	1,63
5	Zualay	1991	82	1,64